Universidad Politécnica Victoria

Subsistema de Universidades Politécnicas

Control Inteligente

Unidad 2: Control difuso

SubTemas

2.1 Control PID digital convencional

- Versión recursiva del control PID digital
- Estructura del control PID digital convencional

2.2 Control PID digital difuso acoplado

- Estructura del control PID digital difuso acoplado
- Maldición de la dimensionalidad

SubTemas

2.3 Control PI digital difuso acoplado

- Estructura del control PI digital difuso acoplado
- Escalamiento y fusificación de las señales de entrada
- Valores lingüísticos de las entradas y la salida
- Reglas de inferencia y desfusificación

2.4 Control PID digital difuso desacoplado

- Estructura del control PID digital difuso desacoplado
- Partes P, I y D del PID difuso desacoplado
- Mapeos, valores lingüísticos y reglas

Tema 2.1 Control PID digital convencional

- **Versión recursiva del PID**

Ley de control PID en tiempo continuo:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t)dt + K_d \frac{de(t)}{dt} + u_0$$

La obtención de una versión en tiempo discreto usa las siguientes aproximaciones:

$$t \approx kT \quad \rightarrow \quad k$$

$$\frac{de(t)}{dt} \approx \frac{e(k) - e(k-1)}{T} \qquad \text{y} \qquad \int_0^t e(t)dt \approx T \sum_{i=0}^{k-1} e(i)$$

Tema 2.1 Control PID digital convencional

- **Versión recursiva del PID**

Algoritmo de control PID digital

Tema 2.1 Control PID digital convencional

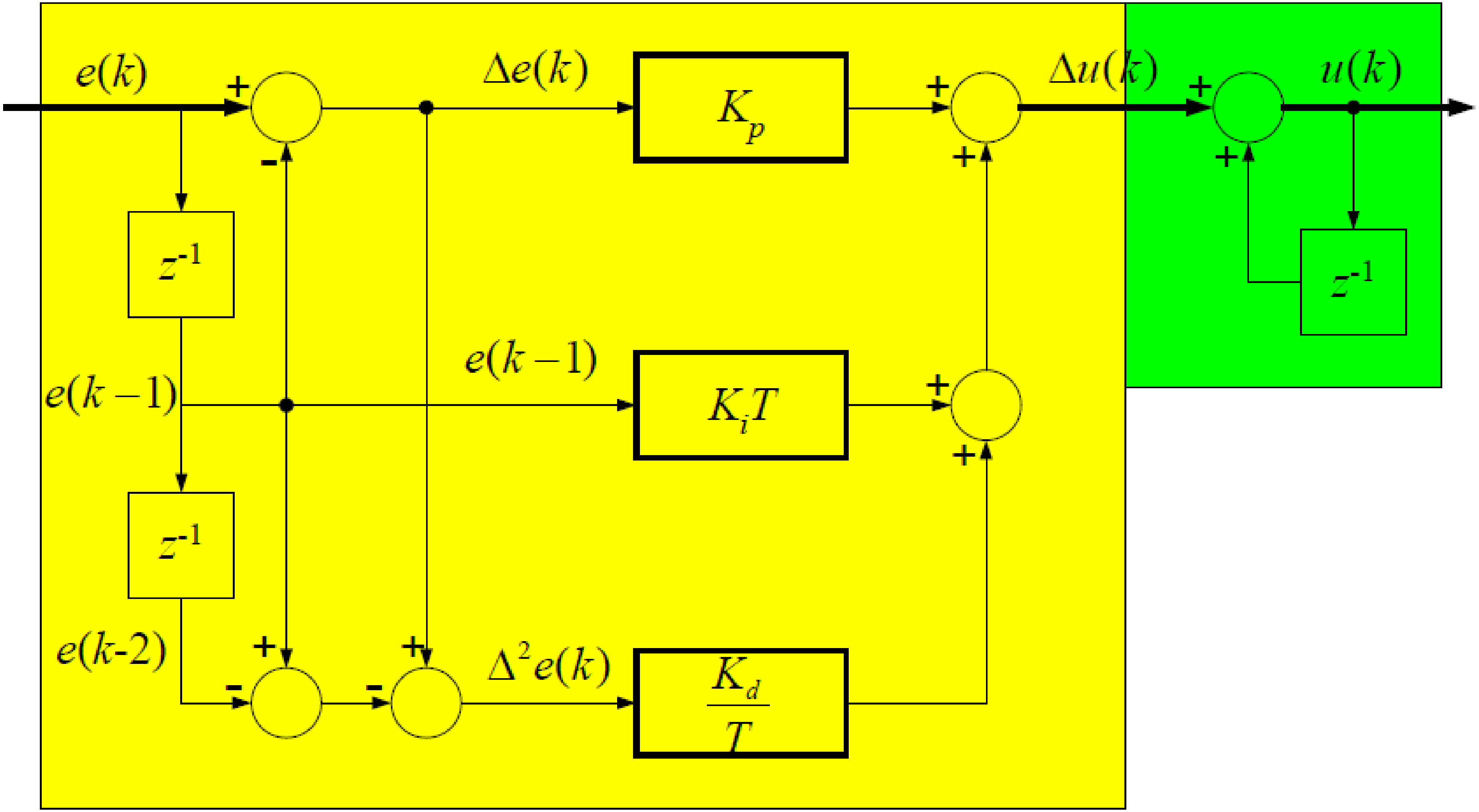
- **Versión recursiva del PID**

Continuando…

$$\Delta u(k) = K_p \Delta e(k) + K_i T e(k-1) + K_d \frac{1}{T} \Delta^2 e(k)$$

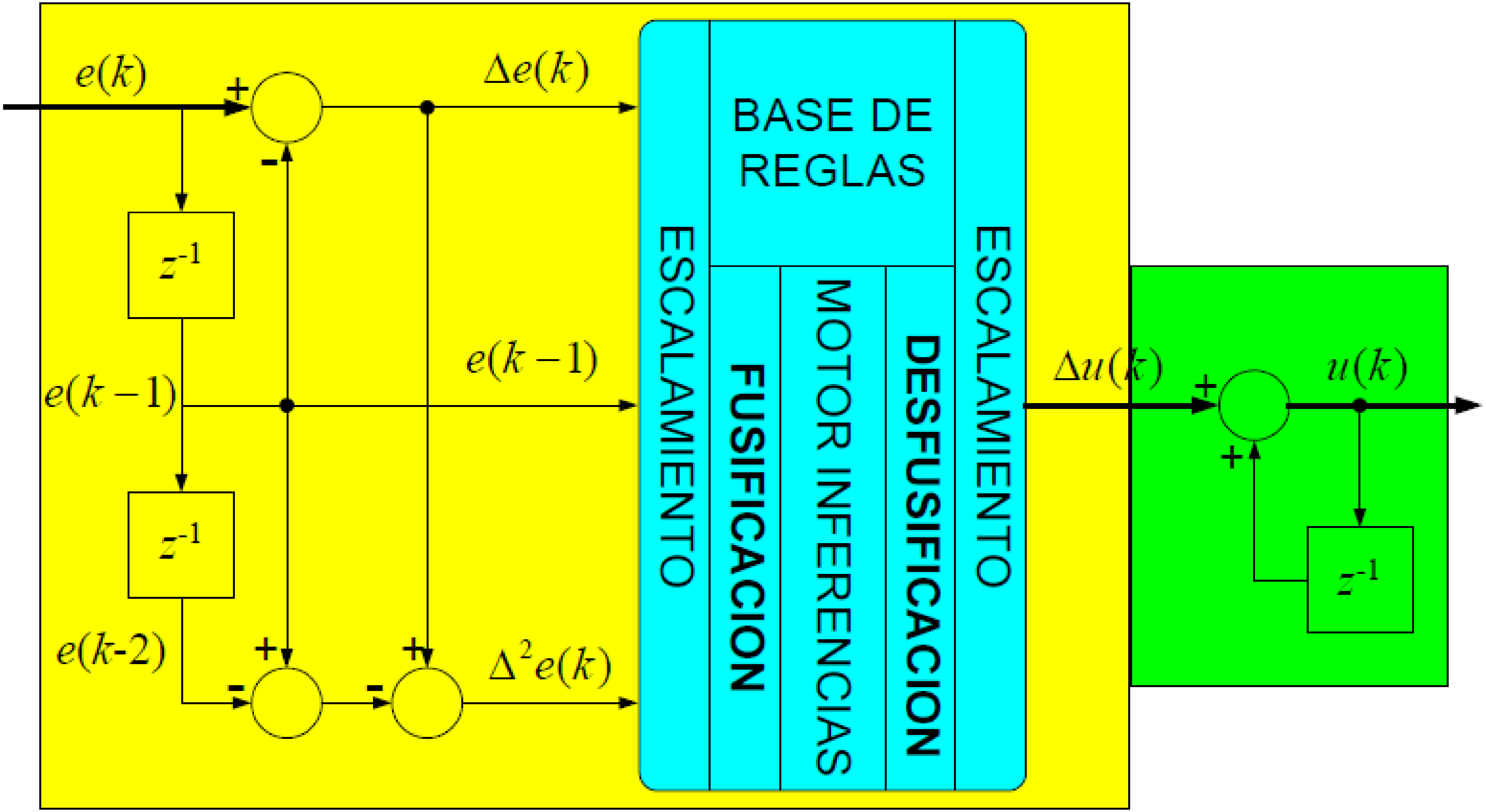
Tema 2.1 Control PID digital convencional

- **Estructura del controlador PID convencional**



Tema 2.2 Control PID digital difuso acoplado

- **Estructura del control PID digital difuso acoplado**



Tema 2.2 Control PID digital difuso acoplado

- **Maldición de la dimensionalidad**

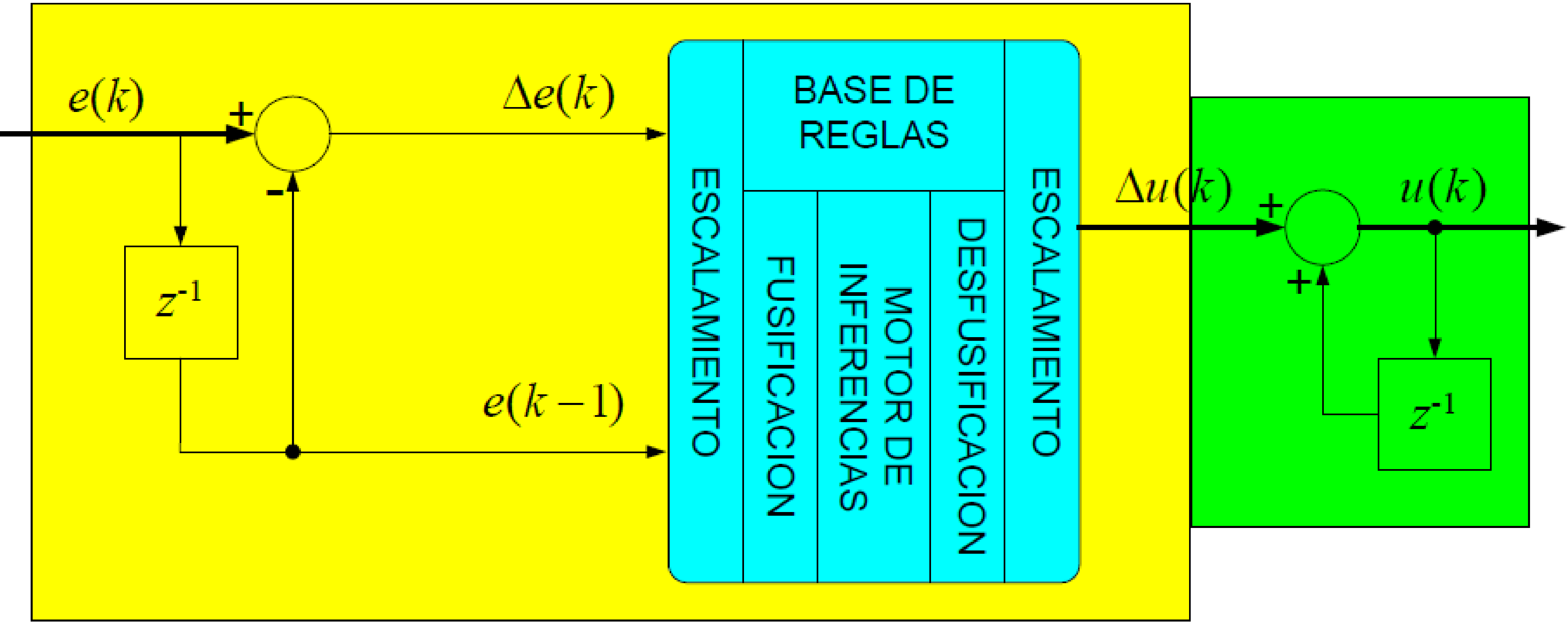
La estructura genérica es muy intuitiva y atractiva. Sin embargo, la base de conocimientos puede ser muy grande y la implementación del controlador puede complicarse innecesariamente (maldición de la dimensionalidad).

Ejemplo. Para un PID difuso acoplado basado en un sistema difuso Mamdani:

$\mu()$/entrada	Reglas	Parámetros
2	8	64
3	27	216
5	125	1000
7	343	2744
9	729	5832

Tema 2.3 Control PI digital difuso acoplado

- **Estructura del control PI digital difuso acoplado** El cambio en la señal de control $\Delta u(k)$ se infiere en términos de $\Delta e(k)$ y $e(k-1)$.



Tema 2.3 Control PI digital difuso acoplado

- **Escalamiento de las entradas**

Con el fin de normalizar el rango de variación de las entradas del sistema de inferencia difuso:

$$E(k) = K_e e(k) \qquad \text{y} \qquad \Delta E(k) = K_\Delta \Delta e(k)$$

Donde K_e y K_Δ son los factores de escalamiento del error y del cambio del error, respectivamente. Comúnmente K_e y K_Δ se eligen de tal forma que:

$$-1 \leq E(k) \leq 1 \qquad \text{y} \qquad -1 \leq \Delta E(k) \leq 1$$

cuando

$$-e_m \leq e(k) \leq e_m \qquad \text{y} \qquad -\Delta e_m \leq \Delta e(k) \leq \Delta e_m$$

Tema 2.3 Control PI digital difuso acoplado

- **Escalamiento de las entradas**

Por lo que:

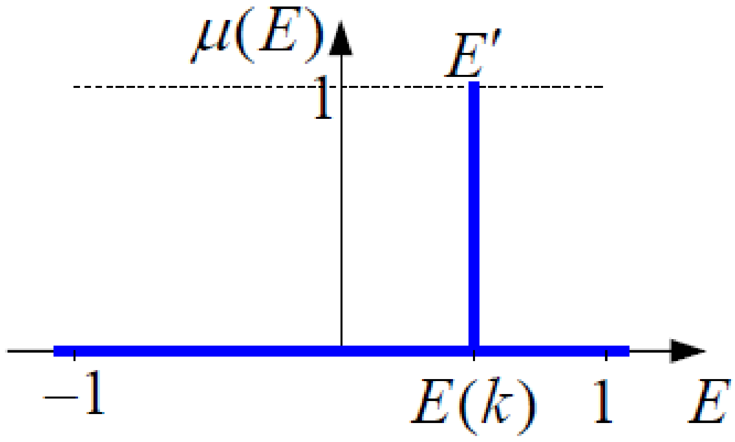
$$K_e = \frac{1}{e_m} \quad \text{y} \quad K_\Delta = \frac{1}{\Delta e_m}$$

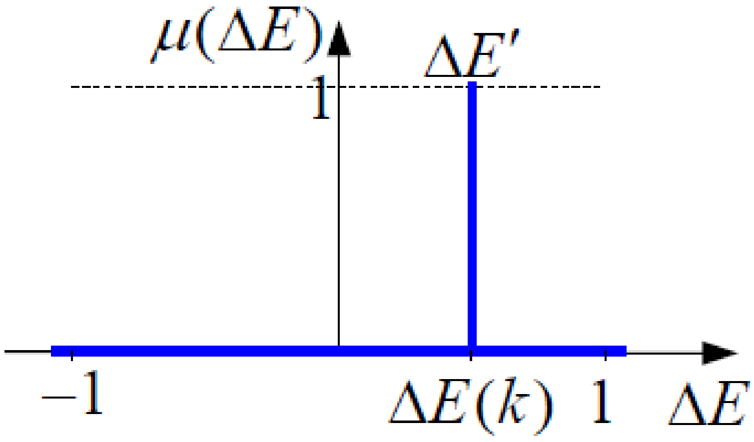
Fusificación de *E(k)* y Δ*E(k)*

En cada periodo de muestreo, los valores específicos de las entradas escaladas, *E(k)* y Δ*E(k)*, son convertidos en singletones:

Tema 2.3 Control PI digital difuso acoplado

- **Fusificación de E(k) y ΔE(k)**

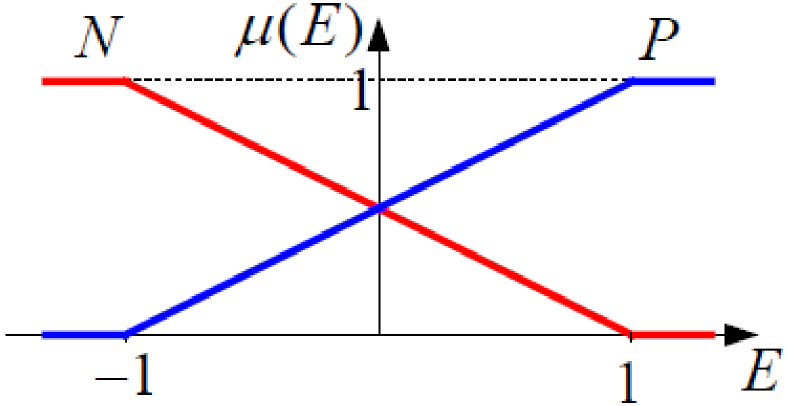


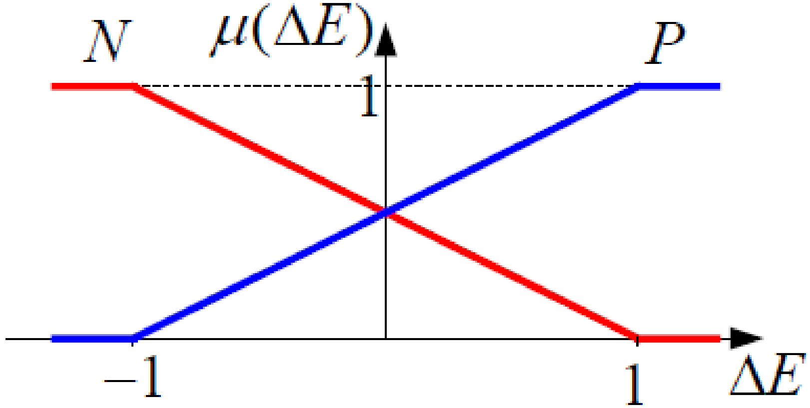


$$\mu_{E'}(E(k)) = \begin{cases} 1 & en\ E = E(k) \\ 0 & en\ E \neq E(k) \end{cases}$$

$$\mu_{\Delta E'}(\Delta E(k)) = \begin{cases} 1 & en\ \Delta E = \Delta E(k) \\ 0 & en\ \Delta E \neq \Delta E(k) \end{cases}$$

Tema 2.3 Control PI digital difuso acoplado





$$\mu_P(E)=\begin{cases}0 & E<-1\\ \dfrac{1+E}{2} & -1\le E\le 1\\ 1 & E>1\end{cases}$$

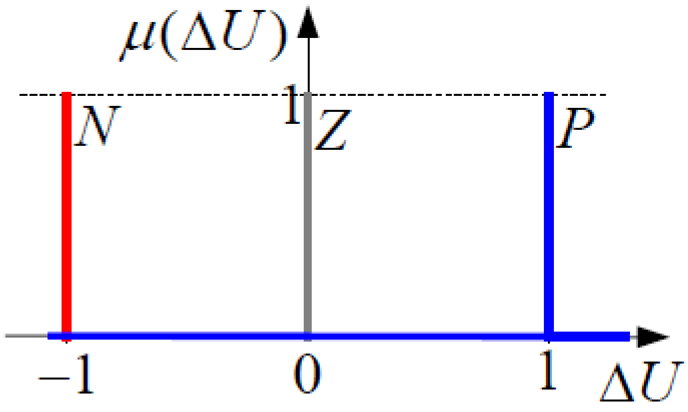
$$\mu_P(\Delta E)=\begin{cases}0 & \Delta E<-1\\ \dfrac{1+\Delta E}{2} & -1\le \Delta E\le 1\\ 1 & \Delta E>1\end{cases}$$

$$\mu_N(E)=\begin{cases}1 & E<-1\\ \dfrac{1-E}{2} & -1\le E\le 1\\ 0 & E>1\end{cases}$$

$$\mu_N(\Delta E)=\begin{cases}1 & \Delta E<-1\\ \dfrac{1-\Delta E}{2} & -1\le \Delta E\le 1\\ 0 & \Delta E>1\end{cases}$$

Tema 2.3 Control PI digital difuso acoplado

- **Valores lingüísticos de la salida**



$$\mu_P(\Delta U) = \begin{cases} 1 & en\ \Delta U = 1 \\ 0 & en\ \Delta U \neq 1 \end{cases}$$

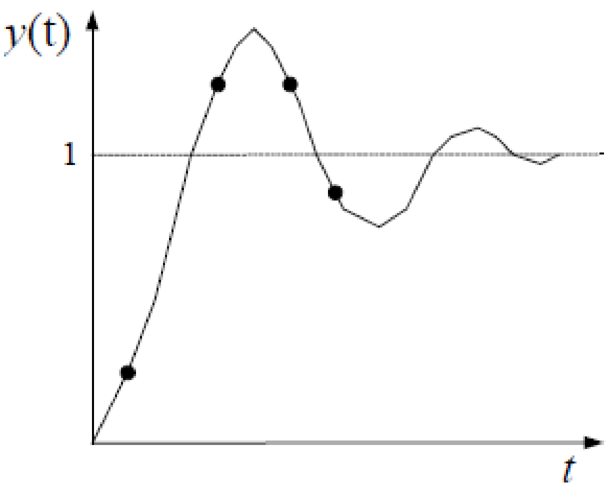
$$\mu_Z(\Delta U) = \begin{cases} 1 & en\ \Delta U = 0 \\ 0 & en\ \Delta U \neq 0 \end{cases}$$

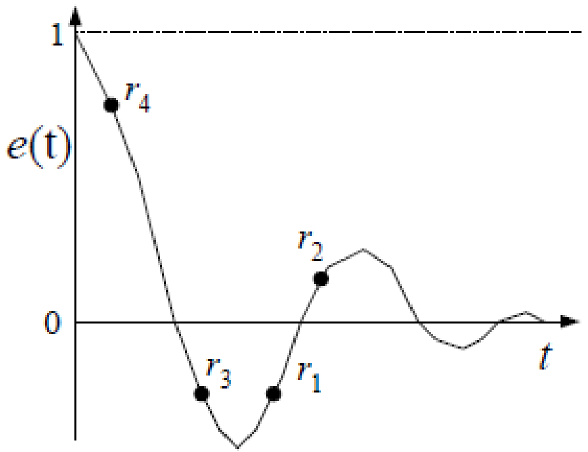
$$\mu_N(\Delta U) = \begin{cases} 1 & en\ \Delta U = -1 \\ 0 & en\ \Delta U \neq -1 \end{cases}$$

Tema 2.3 Control PI digital difuso acoplado

- **Reglas de inferencia**

A partir de la respuesta de un sistema de segundo orden subamortiguado:





		E	
		N	P
ΔE	P	Z	P
	N	N	Z

- **Inferencia por cada regla con implicación Mamdani producto**

En cada instante de muestreo, la conclusión de cada regla es:

R1: $\mu_{Z_1'}(\Delta U(k)) = w_{E1} w_{\Delta E1} \mu_Z(\Delta U) = \mu_N(E(k-1))\mu_P(\Delta E(k))\mu_Z(\Delta U)$

R2: $\mu_{P_2'}(\Delta U(k)) = w_{E2} w_{\Delta E2} \mu_P(\Delta U) = \mu_P(E(k-1))\mu_P(\Delta E(k))\mu_P(\Delta U)$

R3: $\mu_{N_3'}(\Delta U(k)) = w_{E3} w_{\Delta E3} \mu_N(\Delta U) = \mu_N(E(k-1))\mu_N(\Delta E(k))\mu_N(\Delta U)$

R4: $\mu_{Z_4'}(\Delta U(k)) = w_{E4} w_{\Delta E4} \mu_Z(\Delta U) = \mu_P(E(k-1))\mu_N(\Delta E(k))\mu_Z(\Delta U)$

- **Desfusificación por promedio ponderado**

En cada instante de muestreo, la conclusión de cada regla es:

R1: $w_1 = w_{E1} w_{\Delta E1} = \mu_N(E(k-1))\mu_P(\Delta E(k))$

R2: $w_2 = w_{E2} w_{\Delta E2} = \mu_P(E(k-1))\mu_P(\Delta E(k))$

R3: $w_3 = w_{E3} w_{\Delta E3} = \mu_N(E(k-1))\mu_N(\Delta E(k))$

R4: $w_4 = w_{E4} w_{\Delta E4} = \mu_P(E(k-1))\mu_N(\Delta E(k))$

- **Los centros de cada conclusión parcial son:**

R1: $\overline{\Delta U_1} = centro\left\{\mu_{Z_1'}(\Delta U(k))\right\} = centro\{\mu_Z(\Delta U)\} = 0$

R2: $\overline{\Delta U_2} = centro\left\{\mu_{P_1'}(\Delta U(k))\right\} = centro\{\mu_P(\Delta U)\} = 1$

R3: $\overline{\Delta U_3} = centro\left\{\mu_{N_1'}(\Delta U(k))\right\} = centro\{\mu_N(\Delta U)\} = -1$

R4: $\overline{\Delta U_4} = centro\left\{\mu_{Z_4'}(\Delta U(k))\right\} = centro\{\mu_Z(\Delta U)\} = 0$

- **Por lo tanto, el valor específico del cambio de la señal de control en cada instante de muestreo será:**

$$\Delta U(k) = \frac{\sum_{r=1}^{4} w_r \overline{\Delta U_r}}{\sum_{r=1}^{4} w_r} = \frac{w_2 - w_3}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4}$$

Tema 2.3 Control PI digital difuso acoplado

- **Escalamiento del cambio de la señal de control**

El cambio de la señal de control proporcionado por el sistema difuso normalizado debe escalarse al rango de la señal de control:

$$\Delta u(k) = K_u \Delta U(k)$$

en donde K_u es el factor de escalamiento que comúnmente se elige de tal forma que:

$$-\Delta u_m \leq \Delta u(k) \leq \Delta u_m$$

cuando

$$-1 \leq \Delta U(k) \leq 1$$

Por lo que:

$$K_u = \Delta u_m$$