

SubTemas

- 1.1 Introducción al control difuso
- 1.2 Teoría de conjuntos difusos
- 1.3 Representación del conocimiento
- 1.4 Razonamiento aproximado
- 1.5 Sistemas de inferencia difusos

1

Tema 1.3 Representación del conocimiento

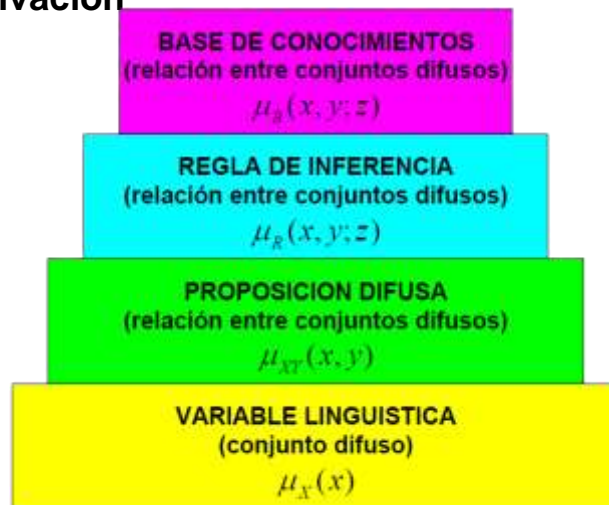
Tópicos

- Variables lingüísticas
- Propositiones difusas (atómicas y compuestas)
- Tipos de reglas
- Reglas y relaciones difusas
- Implicaciones y expresiones lógicas
- Interpretación global y local de reglas
- Base de conocimiento
- Representación tabular de una base
- Propiedades de una base
- Bases, relaciones difusas y combinaciones

2

M.C. ENRIQUE MARTINEZ PEÑA

Tema 1.3 Representación del conocimiento Motivación



3

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Variables lingüísticas

Las variables lingüísticas constituyen el primer paso para incorporar el conocimiento humano en los sistemas computacionales de una manera sistemática y eficiente.



4

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Variable numérica

Toma valores numéricos (reales): $0 \leq t \leq 40, t \in R$

■ Variable lingüística

Toma valores lingüísticos (palabras, adjetivos generalmente):

$$t \in \{baja, media, alta\}$$

■ Valores lingüísticos

Pueden ser representados por conjuntos difusos:

$$baja = B = \mu_B(t)$$

$$media = M = \mu_M(t)$$

$$alta = A = \mu_A(t)$$

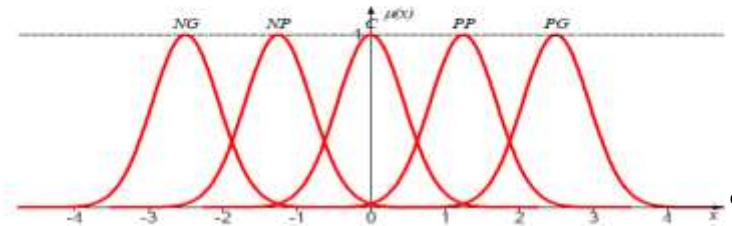
5

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Ejemplo

Sea x la variable lingüística del error de regulación de un lazo de control con valores lingüísticos:

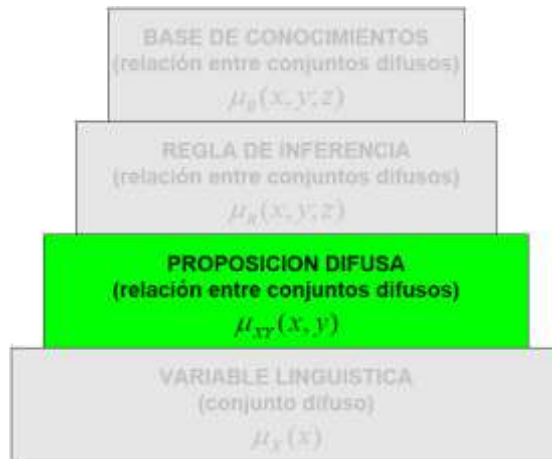
- negativo grande = $NG = \mu_{NG}(x)$
- negativo pequeño = $NP = \mu_{NP}(x)$
- cero = $C = \mu_C(x)$
- positivo pequeño = $(PP) = \mu_{PP}(x)$
- positivo grande = $PG = \mu_{PG}(x)$



6

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Propositiones difusas



7

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Propositiones difusas atómica

Enunciado mínimo irreducible que describe un estado o condición en lenguaje natural (humano) empleando una variable y un conjunto difusos.

Ejemplo:

x es A

en donde x es una variable lingüística y A es un valor lingüístico (A es un conjunto difuso en el dominio de x).

8

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ ¡Ojo!

Una proposición difusa atómica puede representarse mediante el conjunto difuso del valor lingüístico correspondiente:

$$\text{Valor lingüístico} \leftrightarrow \mu_A(x)$$

$$\text{Proposición atómica} \leftrightarrow x \text{ es } A \leftrightarrow \mu_A(x)$$

- La interpretación del conjunto difuso como valor lingüístico o proposición difusa depende del contexto.
- Nótese también que en $x \text{ es } A$, x representa una variable lingüística, mientras que en $\mu_A(x)$, x representa la variable numérica correspondiente.

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Proposición difusa compuesta

Enunciado en lenguaje natural formado por dos o más proposiciones difusas atómicas usando los conectivos lógicos “AND”, “OR”, y “NOT”.

Ejemplos:

$x \text{ is } A \text{ AND } y \text{ is } B$

$x \text{ is } A \text{ OR } y \text{ is } B$

en donde x y y son variables lingüísticas y A y B son valores lingüísticos de x y y , respectivamente.

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Proposición difusa compuesta

Las **proposiciones difusas** compuestas pueden interpretarse como **relaciones entre conjuntos difusos**, y consecuentemente pueden representarse mediante el conjunto difuso resultante.

Valor lingüístico $\leftrightarrow \mu_A(x)$

Proposición atómica $\leftrightarrow \mu_A(x)$

Proposición compuesta $\leftrightarrow \mu_{AB}(x, y)$

11

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Caso 1: Operador AND (min, producto, etc.)

Sean x y y dos variables lingüísticas en los dominios X y Y , y A y B dos valores lingüísticos en X y Y , entonces:

- La proposición difusa compuesta: **x is A AND y is B** es interpretada como la relación difusa $A \cap B$ con función de pertenencia:

$$\mu_{A \cap B}(x, y) = t[\mu_A(x), \mu_B(y)]$$

donde $t: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ pueden ser cualquier función que califique como una norma- t (Intersección difusa).

12

M.C. ENRIQUE MARTINEZ PEÑA

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Caso 1: Operador OR (max, suma, etc.)

- La proposición difusa compuesta: x is A OR y is B es interpretada como la relación difusa $A \cup B$ con función de pertenencia:

$$\mu_{A \cup B}(x, y) = s[\mu_A(x), \mu_B(y)]$$

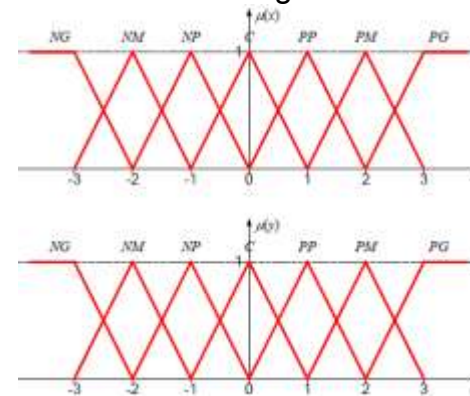
donde $s : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ puede ser cualquier función que califique como una norma- s (unión difusa).

13

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Ejemplo

Sean las variable lingüísticas x , error de regulación, y y , derivada del error de regulación.



14

M.C. ENRIQUE MARTINEZ PEÑA

La proposición difusa: **x is PP AND y is PM** se interpreta como una relación difusa con función de pertenencia:

$$\mu_{PP \cap PM}(x, y) = t[\mu_{PP}(x), \mu_{PM}(y)]$$

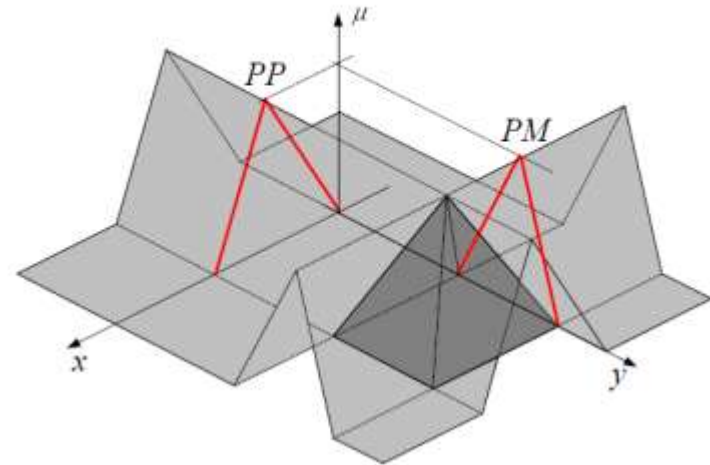
Tomando la definición básica de la norma- t :

$$\mu_{PP \cap PM}(x, y) = \min(\mu_{PP}(x), \mu_{PM}(y))$$

Tomando el producto algebraico para la norma- t :

$$\mu_{PP \cap PM}(x, y) = \mu_{PP}(x) \mu_{PM}(y)$$

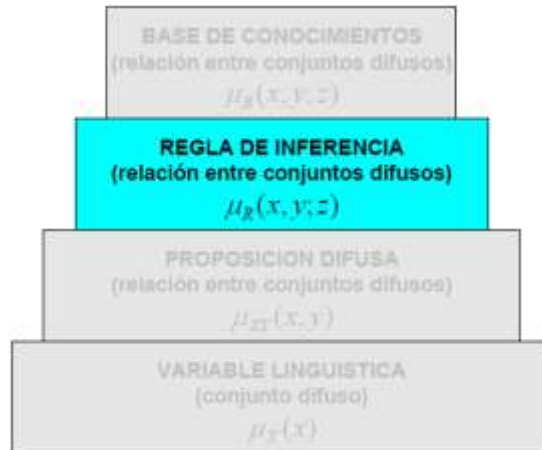
Gráficamente, se obtiene una función de pertenencia bidimensional:



16

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Reglas difusas



17

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Reglas difusas

Las reglas de inferencia, reglas de conocimiento, o reglas difusas, son enunciados condicionales del tipo IF-THEN:

IF [proposición difusa], **THEN** [proposición difusa]

La proposición difusa de la parte IF es el **antecedente** de la regla.

La proposición difusa de la parte THEN es el **consecuente** de la regla.

IF [antecedente], **THEN** [consecuente]

IF [a], **THEN** [c]

18

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Tipos de reglas

Dependiendo de la forma del antecedente y del consecuente se tienen tres tipos principales de reglas:

- ❖ Mamdani
- ❖ Takagi-Sugeno (TS) o Takagi-Sugeno-Kan (TSK)
- ❖ Relacionales

Solamente consideraremos las reglas tipo Mamdani y Takagi-Sugeno.

19

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Reglas difusas tipo Mamdani

Para un sistema difuso con dos variables de entrada y una salida:

IF x is Lx AND y is Ly, THEN z is Lz

en donde:

- x, y son las variables lingüísticas del antecedente.
- z es la variable lingüística del consecuente.
- Lx, Ly y Lz son valores lingüísticos (conjuntos difusos).

20

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Ejemplo

Las reglas de inferencia tipo Mamdani de un controlador podrían ser de la forma:

IF e is Le AND r is Lr, THEN c is Lc

en donde:

- **e** y **r** son las variables lingüísticas del error de regulación y su razón de cambio, respectivamente.
- **Le** y **Lr** son valores lingüísticos del error de regulación y su razón de cambio (p.ej. negativo, cero, positivo).

continua...

21

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ *continuación...*

- **c** es la variable lingüística del cambio en la señal de control.
- **Lc** es un valor lingüístico del cambio en la señal de control (p.ej. aumentar, mantener, disminuir).

El antecedente de las reglas es la proposición difusa compuesta:

e is Le AND r is Lr

El consecuente de las reglas es la proposición difusa atómica:

c is Lc

22

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Reglas difusas tipo TS

El consecuente es una función de las variables de entrada:

$$IF\ x\ is\ A\ AND\ y\ is\ B,\ THEN\ z = f(x, y)$$

en donde f es una función (real) lineal o no lineal.

El tratamiento matemático de consecuentes con funciones no lineales es difícil e impráctico. Por esta razón se emplean casi exclusivamente funciones lineales:

$$IF\ x\ is\ A\ AND\ y\ is\ B,\ THEN\ z = k_1x + k_2y + k_3$$

en donde k_1 , k_2 y k_3 son constantes.

23

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Ejemplo

Las reglas de inferencia tipo TSK de un controlador podrían ser de la forma:

$$IF\ e\ is\ Le\ AND\ r\ is\ Lr,\ THEN\ c = k_1e + k_2r + k_3$$

en donde:

- e y r son las variables lingüísticas del error de regulación y su razón de cambio, respectivamente.
- Le y Lr son valores lingüísticos del error de regulación y su razón de cambio (p.ej. negativo, cero, positivo).

24

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Ejemplo

- c es la variable numérica del cambio en la señal de control.
- k_1 , k_2 y k_3 son coeficientes numéricos.

El antecedente de las reglas es la proposición difusa compuesta:

e is L_e AND r is L_r

El consecuente de las reglas es función lineal:

$$c = k_1e + k_2r + k_3$$

que es una combinación lineal de los valores numéricos de e y r .

25

Tema 1.3 Representación del conocimiento

■ Reglas y relaciones difusas

Una regla de inferencia puede interpretarse como una relación entre los conjuntos difusos que representan al antecedente y al consecuente de la regla; por lo tanto puede representarse por medio del conjunto difuso resultante.

¿Cómo?

26